****

**Задание №1**

Решите уравнение: $\frac{x-49}{50}+ \frac{x-50}{49}= \frac{49}{x-50}+ \frac{50}{x-49}$  .

РЕШЕНИЕ:

Приведём к общему знаменателю выражения в левой и правой частях уравнения. Получим:      Это равенство будет верным в двух случаях.
  1) Числители полученных дробей равны нулю, то есть  99*x* = 492 + 502.  Тогда   
  2) Равны знаменатели полученных дробей, то есть  50·49 = (*x* – 50)(*x* – 49).  Два решения –  *x* = 0  и  *x* = 99  – очевидны. Поскольку это – квадратное уравнение, то других решений нет.

ОТВЕТ: 0, 99, 4901/99.

**Задание №2**

Петя утверждает, что он сумел согнуть бумажный равносторонний треугольник так, что получился четырехугольник, причем всюду трехслойный. Как это могло получиться?

РЕШЕНИЕ:

Разделим каждую сторону данного треугольника на три равные части, после чего разобьём треугольник на 9 равносторонних треугольников. Загнём «внутрь» части, отмеченные цветом и получим шестиугольник. Этот шестиугольник можно перегнуть по любой диагонали, соединяющей противоположные вершины, и получить трехслойный четырёхугольник (трапецию).



**Задание №3**

Хутовка – шахматная фигура, которая может перемещаться за один ход на соседнюю по вертикали или по горизонтали клетку шахматного поля размером $100×100$, при этом клетке, с которой начинается движение хутовки, присваивается номер 1, каждой последующей по ходу – последующий номер. Может ли хутовка двигаться так, чтобы сумма чисел в каких-либо двух соседних по стороне клетках делилась на 8?

РЕШЕНИЕ:

Раскрасим доску шахматной раскраской. При перемещении по горизонтали или по вертикали на соседнюю клетку меняется цвет клетки и четность хода, а это значит, что чёрные и белые клетки содержат клетки разной чётности и сумма двух соседних чисел есть число нечётное, то есть не делится на 8.

ОТВЕТ:

Не может

**Задание №4**

Саша пишет на доске последовательность натуральных чисел. Первое число  *N* > 1  написано заранее. Новые натуральные числа он получает так: вычитает из последнего записанного числа или прибавляет к нему любой его делитель, больший 1. При любом ли натуральном  *N* > 1  Саша сможет написать на доске в какой-то момент число 2025?

РЕШЕНИЕ:

**Первый способ**. Прибавляя по *N*, получим 2025*N*. Отнимая по 2025, получим 2025.

**Второй способ**. Если *N* нечётно, прибавим *N* и получим чётное число. Прибавляя к нему или вычитая из него двойки, получим 4050. Отняв 2025, получим 2025.

ОТВЕТ: При любом.

**Задание №5**

В гандбольном турнире в один круг (каждая команда сыграла с каждой ровно один раз, победа — 2 очка, ничья — 1 очко, поражение — 0) приняло участие 16 команд. Все команды набрали разное количество очков, причем команда, занявшая 7 место, набрала 21 очко. Докажите, что победившая команда хотя бы один раз сыграла вничью.

РЕШЕНИЕ:

В каждом матче разыгрывается 2 очка. Всего в турнире было сыграно (16 · 15): 2 = 120 матчей, то есть разыграно 240 очков. Команды, занявшие девять последних мест, сыграли между собой (9 · 8): 2 = 36 матчей, то есть разыграли 72 очка. Следовательно, на долю семи первых команд остается не более, чем 240 − 72 = 168 очков. При этом, команда, занявшая 6 место, набрала не меньше, чем 22 очка, занявшая 5 место — не меньше, чем 23 очка, и так далее, занявшая 1 место — не меньше, чем 27 очков. Так как 21 + 22 + + . . . + 27 = 168, то каждая из них ровно столько очков и набрала. В частности, победившая команда набрала 27 очков. Это число — нечётно, поэтому она хотя бы один раз сыграла вничью